# COMPTE RENDU

## DES SÉANCES

# DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JANVIER 1841.

PRÉSIDENCE DE M. SERRES.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les variations séculaires des éléments elliptiques, dans le mouvement des planètes; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Soient

$m$, $m'$ les masses de deux planètes,

$r$, $r'$ les distances de ces planètes au centre du Soleil,

$v$ leur distance mutuelle,

$\delta$ l'angle sur lequel la distance est vue du centre du Soleil.

» Soient encore, dans les ellipses osculatrices des courbes décrites par les planètes $m$, $m'$,

$p$, $p'$ les longitudes de ces planètes,

$\psi$, $\psi'$ leurs anomalies excentriques,

$T$, $T'$ leurs anomalies moyennes,

$a$, $a'$ les demi-grands axes,

$\varepsilon$, $\varepsilon'$ les excentricités,

$\varpi$, $\varpi'$ les longitudes des périhélies.

» Si l'on nomme R la fonction perturbatrice relative à la planète $m'$, on aura

$$(1) \qquad R = \frac{m'r\cos\delta}{r'^2} + \ldots - \frac{m'}{v} - \ldots,$$

la valeur de $v^2$ étant

$$(2) \qquad v^2 = r^2 - 2rr'\cos\delta + r'^2.$$

Cela posé, concevons que l'on se propose de calculer les variations séculaires des éléments elliptiques de la planète $m$, dues à l'action de la planète $m'$. Pour y parvenir, il faudra, dans les équations différentielles qui déterminent ces variations, substituer à la fonction R le premier terme du développement de

$$-\frac{m'}{v},$$

en une série ordonnée suivant les puissances entières des exponentielles

$$e^{T\sqrt{-1}}, \quad e^{T'\sqrt{-1}},$$

c'est-à-dire le terme de la série qui sera indépendant de ces exponentielles On n'aura point à s'occuper du développement de

$$\frac{m'r\cos\delta}{r'^2},$$

puisque le premier terme de cet autre développement serait nul (page 94); et comme on a d'ailleurs

$$-\frac{m}{v} = -m' \times \frac{1}{v},$$

la question se réduira simplement à la recherche du premier terme de la série qui représente le développement du rapport

$$\frac{1}{v},$$

suivant les puissances entières des exponentielles

$$e^{T\sqrt{-1}}, \quad e^{T'\sqrt{-1}}.$$

Donc, en vertu d'un théorème précédemment établi (page 90), la question pourra encore se réduire à la recherche du premier terme de la série qui représentera le développement du produit

$$\frac{1}{v}(1 - \varepsilon \cos \psi)(1 - \varepsilon' \cos \psi'),$$

suivant les puissances entières des exponentielles

$$e^{\psi\sqrt{-1}}, \quad e^{\psi'\sqrt{-1}}.$$

» En nommant I l'inclinaison mutuelle des orbites des planètes $m$, $m'$, et prenant

$$\mu = \cos^2\frac{I}{2}, \quad \nu = \sin\frac{I}{2},$$

on a, comme nous l'avons remarqué (page 87),

$$(3) \cos \delta = \mu \cos(p' - \varpi' - p + \varpi - \Pi) + \nu \cos(p' - \varpi' + p - \varpi + \Phi),$$

$\Pi$, $\Phi$ désignant deux constantes qui dépendent des positions de ces mêmes plans. D'autre part, si, en raison de la petitesse des excentricités et des inclinaisons, on pose dans une première approximation,

$$\mu = 1, \quad \nu = 0, \quad r = a, \quad r' = a', \quad p - \varpi = \psi, \quad p' - \varpi' = \psi;$$

on verra, par suite, la formule (3) se réduire à

$$\cos \delta = \cos(\psi' - \psi + \Pi),$$

et l'équation (2) à la suivante

$$v^2 = (2aa')[\lambda - \cos(\psi' - \psi + \Pi)],$$

la valeur de $\lambda$ étant

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{a'}{a} + \frac{a}{a'}\right).$$

Donc, en posant pour abréger

$$\Lambda = [\lambda - \cos(\psi' - \psi + \Pi)]^{-\frac{1}{2}},$$

on aura, dans une première approximation,

$$(4) \qquad \frac{1}{v} = (2aa')^{-\frac{1}{2}} \Lambda.$$

Si, au contraire, l'on veut calculer avec exactitude la valeur du rapport $\frac{1}{v}$, on pourra supposer

$$v^2 = (2aa')\,[\lambda - \cos(\psi' - \psi + \Pi) + \varpi],$$

et l'on trouvera par suite

$$\frac{1}{v} = (2aa')^{-\frac{1}{2}}[\lambda - \cos(\psi' - \psi + \Pi) + \varpi]^{-\frac{1}{2}},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(5) \qquad \frac{1}{v} = (2aa')^{-\frac{1}{2}} \sum \frac{\varpi^l}{1.2\ldots l} D_\lambda^l \Lambda,$$

le signe $\Sigma$ s'étendant à toutes les valeurs entières nulles ou positives de $l$. Alors $\varpi$ sera généralement une quantité très petite, déterminée par la formule

$$(6) \qquad \varpi = \frac{1}{2}\frac{a}{a'}\left(\frac{r^2}{a^2} - 1\right) + \frac{1}{2}\frac{a'}{a}\left(\frac{r'^2}{a'^2} - 1\right) - \frac{rr'}{aa'}\cos\delta + \cos(\psi' - \psi + \Pi);$$

et, comme on aura

$$(7) \quad \frac{1}{v}(1 - \varepsilon\cos\psi)(1 - \varepsilon'\cos\psi') = \sum \frac{\varpi^l}{1.2\ldots l}(1 - \varepsilon\cos\psi)(1 - \varepsilon'\cos\psi') D_\lambda^l \Lambda,$$

la recherche du premier terme du développement du produit

$$\frac{1}{v}(1 - \varepsilon\cos\psi)\,(1 - \varepsilon'\cos\psi'),$$

en une série ordonnée suivant les puissances entières des exponentielles

$$e^{\psi\sqrt{-1}}, \quad e^{\psi'\sqrt{-1}},$$

se trouvera évidemment ramenée à la recherche du premier terme du développement du produit

$$(8) \qquad \frac{8^l}{1.2\ldots l}(1-\varepsilon\cos\psi)(1-\varepsilon'\cos\psi')D_\lambda^l\Lambda,$$

en une semblable série. Cette dernière question est celle dont nous allons maintenant nous occuper.

» La quantité

$$\Lambda = [\lambda - \cos(\psi' - \psi + \Pi)]^{-\frac{1}{2}},$$

qui dépend de la différence $\psi' - \psi$, peut être présentée sous la forme

$$(9) \qquad \Lambda = \Sigma \Lambda_n e^{n(\psi' - \psi + \Pi)\sqrt{-1}},$$

le signe $\Sigma$ s'étendant à toutes les valeurs entières, nulle ou positives de $n$, et le coefficient $\Lambda_n$ désignant une fonction déterminée de $n$, $\lambda$, qui satisfait à la condition

$$(10) \qquad \Lambda_{-n} = \Lambda_n.$$

Supposons maintenant que, le produit

$$\frac{8^l}{1.2\ldots l}(1-\varepsilon\cos\psi)(1-\varepsilon'\cos\psi')$$

étant développé suivant les puissances entières des exponentielles

$$e^{\psi\sqrt{-1}}, \quad e^{\psi'\sqrt{-1}},$$

on nomme

$$\upsilon = f(\psi - \psi')$$

la partie du développement qui dépendra uniquement de l'angle $\psi' - \psi$ ou $\psi - \psi'$. Le terme constant de la série double qui représentera le développement du produit (8) suivant les puissances entières des mêmes exponentielles, sera encore évidemment le terme constant de la série simple qui représentera le développement du produit

$$\upsilon D_\lambda^l \Delta$$

suivant les puissances entières de la seule exponentielle

$$e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}.$$

D'ailleurs, si, après avoir développé la fonction

$$\text{ȣ} \quad \text{ou} \quad \text{ȣ}^{1}$$

en série ordonnée suivant les puissances entières des exponentielles

$$e^{\psi\sqrt{-1}}, \qquad e^{\psi'\sqrt{-1}},$$

on désigne, dans le développement, par

$$\text{ȣ}_n e^{n\psi\sqrt{-1}}, \quad \text{ou par} \quad \text{ȣ}_n^{(1)} e^{n\psi\sqrt{-1}}$$

la somme des termes où ces puissances offriront des degrés dont l'addition reproduira le nombre $n$, alors de la formule

(11) $$\text{ȣ} = \Sigma\, \text{ȣ}_n e^{n\psi\sqrt{-1}},$$

ou

(12) $$\overset{1}{\text{ȣ}}_n = \Sigma\, \text{ȣ}_n^{(1)} e^{n\psi\sqrt{-1}},$$

jointes à l'équation identique

(13) $$\left\{\begin{aligned} &(1-\varepsilon\cos\psi)\,(1-\varepsilon'\cos\psi') = 1 + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos(\psi'-\psi) \\ &-\left(\frac{\varepsilon}{2}\,e^{-\psi\sqrt{-1}} + \frac{\varepsilon'}{2}\,e^{-\psi'\sqrt{-1}}\right) + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\,e^{-(\psi+\psi')\sqrt{-1}} \\ &-\left(\frac{\varepsilon}{2}\,e^{\psi\sqrt{-1}} + \frac{\varepsilon'}{2}\,e^{-\psi'\sqrt{-1}}\right) + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\,e^{(\psi+\psi')\sqrt{-1}}, \end{aligned}\right.$$

on tirera

$$\begin{aligned} \upsilon = \text{ȣ}_0\left[1 + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos(\psi'-\psi)\right] \\ -\text{ȣ}_1\left(\frac{\varepsilon}{2}\,e^{-\psi\sqrt{-1}} + \frac{\varepsilon'}{2}\,e^{-\psi'\sqrt{-1}}\right) + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\,\text{ȣ}_2\,e^{-(\psi+\psi')\sqrt{-1}} \\ -\text{ȣ}_{-1}\left(\frac{\varepsilon}{2}\,e^{\psi\sqrt{-1}} + \frac{\varepsilon'}{2}\,e^{\psi'\sqrt{-1}}\right) + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\,\text{ȣ}_{-2}\,e^{(\psi+\psi')\sqrt{-1}}, \end{aligned}$$

et plus généralement

$$(14)\quad v = \frac{1}{1.2\ldots l}\left\{\begin{array}{l} \mathfrak{s}_0^{(l)}\left[1 + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos(\psi' - \psi)\right] \\ - \mathfrak{s}_1^{(l)}\left(\frac{\varepsilon}{2} e^{-\psi\sqrt{-1}} + \frac{\varepsilon'}{2} e^{-\psi'\sqrt{-1}}\right) + \mathfrak{s}_2^{(l)}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4} e^{-(\psi+\psi')\sqrt{-1}} \\ - \mathfrak{s}_{-1}^{(l)}\left(\frac{\varepsilon}{2} e^{\psi\sqrt{-1}} + \frac{\varepsilon'}{2} e^{\psi'\sqrt{-1}}\right) + \mathfrak{s}_{-2}^{(l)}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4} e^{(\psi+\psi')\sqrt{-1}}. \end{array}\right.$$

D'autre part, comme, en posant

$$\varkappa = (1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}, \qquad \varkappa' = (1 - \varepsilon'^2)^{\frac{1}{2}},$$

on aura dans la formule (6) [voir les pages 86 et 87],

$$(15)\qquad \frac{r}{a} = 1 + \varepsilon\cos\psi, \qquad \frac{r'}{a'} = 1 + \varepsilon\cos\psi',$$

$$(16)\quad \left\{\begin{array}{l} \frac{rr'}{aa'}\cos\delta = \\ \frac{1}{2}\mu\left\{\begin{array}{l} e^{\Pi\sqrt{-1}}(\cos\psi' - \varepsilon' + \varkappa'\sin\psi'\sqrt{-1})(\cos\psi - \varepsilon - \varkappa\sin\psi\sqrt{-1}) \\ + e^{-\Pi\sqrt{-1}}(\cos\psi' - \varepsilon' - \varkappa'\sin\psi'\sqrt{-1})(\cos\psi - \varepsilon + \varkappa\sin\psi\sqrt{-1}) \end{array}\right. \\ + \frac{1}{2}\nu\left\{\begin{array}{l} e^{\Phi\sqrt{-1}}(\cos\psi' - \varepsilon' + \varkappa'\sin\psi'\sqrt{-1})(\cos\psi - \varepsilon + \varkappa\sin\psi\sqrt{-1}) \\ + e^{-\Phi\sqrt{-1}}(\cos\psi' - \varepsilon' - \varkappa'\sin\psi'\sqrt{-1})(\cos\psi - \varepsilon - \varkappa\sin\psi\sqrt{-1}), \end{array}\right. \end{array}\right.$$

la formule (11) pourra être réduite à

$$(17)\quad \mathfrak{s} = \mathfrak{s}_{-2}\, e^{-2\psi\sqrt{-1}} + \mathfrak{s}_{-1}\, e^{-\psi\sqrt{-1}} + \mathfrak{s}_0 + \mathfrak{s}_1\, e^{\psi\sqrt{-1}} + \mathfrak{s}_2\, e^{2\psi\sqrt{-1}},$$

les valeurs de

$$\mathfrak{s}_{-2}, \quad \mathfrak{s}_{-1}, \quad \mathfrak{s}_0, \quad \mathfrak{s}_1, \quad \mathfrak{s}_2$$

étant déterminées par des équations de la forme

$$(18)\quad \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{s}_{-1} = \mathfrak{s}_{-1,0} + \mathfrak{s}_{0,-1}\, e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}, \\ \mathfrak{s}_1 = \mathfrak{s}_{1,0} + \mathfrak{s}_{0,1}\, e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}, \end{array}\right.$$

$$(19)\quad \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{s}_{-2} = \mathfrak{s}_{-2,0} + \mathfrak{s}_{-1,-1}\, e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}} + \mathfrak{s}_{0,-2}\, e^{2(\psi-\psi')\sqrt{-1}}, \\ \mathfrak{s}_0 = \mathfrak{s}_{0,0} + \mathfrak{s}_{1,-1}\, e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}} + \mathfrak{s}_{-1,1}\, e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}, \\ \mathfrak{s}_2 = \mathfrak{s}_{2,0} + \mathfrak{s}_{1,1}\, e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}} + \mathfrak{s}_{0,2}\, e^{2(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}, \end{array}\right.$$

et $\mathfrak{s}_{n,n'}$ représentant généralement, dans le développement fini de la fonction $\mathfrak{s}$, le coefficient de l'exponentielle

$$e^{(n\psi + n'\psi')\sqrt{-1}}.$$

Or de cette définition de $\mathfrak{s}_{n,n'}$, jointe aux formules (6), (15) et (16), il résulte immédiatement que, si l'on pose, pour abréger,

$$(20)\quad \begin{cases} \mathcal{A} = \mu\cos\Pi + \nu\cos\Phi, & \mathcal{D} = \mu\cos\Pi - \nu\cos\Phi, \\ \mathcal{B} = -\mu\sin\Pi - \nu\sin\Phi, & \mathcal{C} = \mu\sin\Pi - \nu\sin\Phi, \end{cases}$$

l'on aura

$$(21)\quad \begin{cases} \mathfrak{s}_{-1,0} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{A}\varepsilon' - \frac{a}{a'}\varepsilon + \mathcal{C}\varkappa\varepsilon'\sqrt{-1}\right), & \mathfrak{s}_{1,0} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{A}\varepsilon' - \frac{a}{a'}\varepsilon - \mathcal{C}\varkappa\varepsilon'\sqrt{-1}\right), \\ \mathfrak{s}_{0,-1} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{A}\varepsilon - \frac{a'}{a}\varepsilon' + \mathcal{B}\varkappa'\varepsilon\sqrt{-1}\right), & \mathfrak{s}_{0,1} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{A}\varepsilon - \frac{a'}{a}\varepsilon' + \mathcal{B}\varkappa'\varepsilon\sqrt{-1}\right); \end{cases}$$

$$(22)\quad \begin{cases} \mathfrak{s}_{0,0} = \frac{1}{4}\left(\frac{a}{a'}\varepsilon^2 + \frac{a'}{a}\varepsilon'^2\right) - \mathcal{A}\varepsilon\varepsilon', \\ \mathfrak{s}_{-2,0} = \mathfrak{s}_{2,0} = \frac{1}{8}\frac{a}{a'}\varepsilon^2, \quad \mathfrak{s}_{0,-2} = \mathfrak{s}_{0,2} = \frac{1}{8}\frac{a'}{a}\varepsilon'^2; \end{cases}$$

$$(23)\quad \begin{cases} \mathfrak{s}_{-1,-1} = -\frac{1}{4}\left[\mathcal{A} - \mathcal{D}\varkappa\varkappa' + (\mathcal{B}\varkappa' + \mathcal{C}\varkappa)\sqrt{-1}\right], \\ \mathfrak{s}_{1,1} = -\frac{1}{4}\left[\mathcal{A} - \mathcal{D}\varkappa\varkappa' - (\mathcal{B}\varkappa' + \mathcal{C}\varkappa)\sqrt{-1}\right]; \end{cases}$$

$$(24)\quad \begin{cases} \mathfrak{s}_{-1,1} = -\frac{1}{4}\left[\mathcal{A} + \mathcal{D}\varkappa\varkappa' - (\mathcal{B}\varkappa' - \mathcal{C}\varkappa)\sqrt{-1} - 2e^{\Pi\sqrt{-1}}\right], \\ \mathfrak{s}_{1,-1} = -\frac{1}{4}\left[\mathcal{A} + \mathcal{D}\varkappa\varkappa' + (\mathcal{B}\varkappa' - \mathcal{C}\varkappa)\sqrt{-1} - 2e^{-\Pi\sqrt{-1}}\right]. \end{cases}$$

Les valeurs des coefficients

$$\mathfrak{s}_{-2},\quad \mathfrak{s}_{-1},\quad \mathfrak{s}_{0},\quad \mathfrak{s}_{1},\quad \mathfrak{s}_{2},$$

ou les diverses valeurs de $\mathfrak{s}_n$, étant déterminées par les formules qui précèdent, on tirera aisément les diverses valeurs de

$$\mathfrak{s}_n^{(2)},\quad \mathfrak{s}_n^{(3)},\quad \mathfrak{s}_n^{(4)},\ldots.$$

de l'équation (17), en élevant successivement les deux membres à la se-

conde, à la troisième, à la quatrième puissance.... On trouvera, par exemple,

$$\frac{1}{2}\mathfrak{s}_0^{(2)} = \frac{1}{2}\mathfrak{s}_0^2 + \mathfrak{s}_1\mathfrak{s}_{-1} + \mathfrak{s}_2\mathfrak{s}_{-2},$$

$$\frac{1}{2}\mathfrak{s}_{-1}^{(2)} = \mathfrak{s}_0\,\mathfrak{s}_{-1} + \mathfrak{s}_1\,\mathfrak{s}_{-2}, \qquad \frac{1}{2}\mathfrak{s}_{-2}^{(2)} = \frac{1}{2}\mathfrak{s}_{-1}^2 + \mathfrak{s}_0\,\mathfrak{s}_{-2},$$

$$\frac{1}{2}\mathfrak{s}_1^{(2)} = \mathfrak{s}_0\,\mathfrak{s}_1 + \mathfrak{s}_{-1}\,\mathfrak{s}_2, \qquad \frac{1}{2}\mathfrak{s}_2^{(2)} = \frac{1}{2}\mathfrak{s}_1^2 + \mathfrak{s}_0\,\mathfrak{s}_2,$$

$$\frac{1}{2.3}\mathfrak{s}_0^{(3)} = \frac{1}{6}\mathfrak{s}_0^3 + \frac{1}{2}\mathfrak{s}_{-1}^2\,\mathfrak{s}_2 + \frac{1}{2}\mathfrak{s}_1^2\,\mathfrak{s}_{-2} + \mathfrak{s}_0\,\mathfrak{s}_1\,\mathfrak{s}_{-1} + \mathfrak{s}_0\,\mathfrak{s}_2\,\mathfrak{s}_{-2},$$

etc.

Enfin, les diverses valeurs de $\mathfrak{s}_n^{(l)}$ étant ainsi obtenues, puis substituées dans le second membre de l'équation (14), il deviendra facile de trouver la partie du produit

$$\upsilon D_\lambda^l A$$

qui représentera le premier terme du développement de ce produit suivant les puissances entières de l'exponentielle

$$e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}};$$

et l'on pourra employer utilement dans cette recherche les formules connues d'interpolation, ou, ce qui revient au même, celles que nous indiquerons tout-à-l'heure.

» Concevons, pour fixer les idées, que, les excentricités $\varepsilon$, $\varepsilon'$ et l'inclinaison I étant considérées comme des quantités très petites du premier ordre, on veuille négliger dans le développement de R les termes d'un ordre supérieur au quatrième. Comme on trouverait, en négligeant les termes de second ordre,

$$\nu = 0, \quad \mu = 1, \quad \varkappa = 1, \quad \varkappa' = 1, \quad \mathcal{A} = \mathcal{D} = \cos\Pi, \quad \mathcal{C} = -\mathcal{B} = \sin\Pi,$$

et par suite

$$\mathfrak{s}_{-1,-1} = \mathfrak{s}_{1,1} = \mathfrak{s}_{-1,1} = \mathfrak{s}_{1,-1} = 0,$$

il est clair que les quatre coefficients

$$\mathfrak{s}_{-1,-1}, \quad \mathfrak{s}_{1,1}, \quad \mathfrak{s}_{-1,1}, \quad \mathfrak{s}_{1,-1}$$

seront du second ordre, aussi bien que les coefficients

$$\beta_{-2,0} = \beta_{2,0}, \quad \beta_{0,0}, \quad \beta_{0,-2} = \beta_{0,2}.$$

Donc, par suite, en vertu des formules (19),

$$\beta_{-2}, \quad \beta_0, \quad \beta_2$$

seront du second ordre, tandis que

$$\beta_{-1}, \quad \beta_1$$

seront du premier ordre avec les coefficients $\beta_{-1,0}$, $\beta_{1,0}$, $\beta_{0,-1}$, $\beta_{0,1}$. Cela posé, faisons, pour plus de commodité,

$$(25) \qquad \beta = \rho + \varsigma,$$

les valeurs de $\rho$ et de $\varsigma$ étant

$$(26) \qquad \left\{ \begin{aligned} \rho &= \beta_{-1} e^{-\psi\sqrt{-1}} + \beta_1 e^{\psi\sqrt{-1}}, \\ \varsigma &= \beta_{-2} e^{-2\psi\sqrt{-1}} + \beta_0 + \beta_2 e^{2\psi\sqrt{-1}}. \end{aligned} \right.$$

Les deux fonctions $\rho$, $\varsigma$ seront, la première une quantité du premier ordre, la seconde une quantité du second ordre; et les valeurs de ces deux fonctions se réduiront à

$$(27) \left\{ \begin{aligned} \rho = &\left(\mathcal{A}\varepsilon' - \frac{a}{a'}\varepsilon\right)\cos\psi + \mathcal{C}\chi\varepsilon'\sin\psi \\ &+ \left(\mathcal{A}\varepsilon - \frac{a'}{a}\varepsilon'\right)\cos\psi' + \mathcal{B}\chi'\varepsilon\sin\psi', \\ \varsigma = &\tfrac{1}{2}\left(\frac{a}{a'}\varepsilon^2\cos^2\psi + \frac{a'}{a}\varepsilon'^2\cos^2\psi'\right) - \mathcal{A}\varepsilon\varepsilon' + \cos(\psi' - \psi + \Pi), \\ &-(\mathcal{A}\cos\psi\cos\psi' + \mathcal{B}\chi'\sin\psi'\cos\psi + \mathcal{C}\chi\sin\psi\cos\psi' + \mathcal{D}\chi\chi'\sin\psi\sin\psi'). \end{aligned} \right.$$

D'ailleurs, en négligeant les quantités d'un ordre supérieur au quatrième, on tirera successivement de l'équation (25)

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \rho^2 + 2\rho\varsigma + \varsigma^2, \\ \beta^3 &= \rho^3 + 3\rho^2\varsigma, \\ \beta^4 &= \rho^4; \end{aligned}$$

et par suite, eu égard aux formules (13) et (26), on trouvera, pour $\mathrm{l}=1$,

$$(28)\qquad v=\mathfrak{s}_0\left[\left(1+\frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos(\psi'-\psi)\right]\right.$$
$$-\frac{1}{2}\left[\mathfrak{s}_1\left(\varepsilon+\varepsilon' e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}\right)+\mathfrak{s}_{-1}\left(\varepsilon+\varepsilon' e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}\right)\right]$$
$$+\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\left(\mathfrak{s}_2 e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}+\mathfrak{s}_{-2} e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}\right);$$

pour $\mathrm{l}=2$,

$$(29)\qquad v=\frac{1}{2}\mathfrak{s}_0^2+\mathfrak{s}_1\mathfrak{s}_{-1}\left(1+\frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}(\cos\psi'-\psi)\right)+\mathfrak{s}_2\mathfrak{s}_{-2}$$
$$-\frac{1}{2}\left[(\mathfrak{s}_0\mathfrak{s}_1+\mathfrak{s}_{-1}\mathfrak{s}_2)\left(\varepsilon+\varepsilon' e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}\right)+(\mathfrak{s}_0\mathfrak{s}_{-1}+\mathfrak{s}_1\mathfrak{s}_{-2})\left(\varepsilon+\varepsilon' e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}\right)\right]$$
$$+\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\left(\mathfrak{s}_1^2 e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}+\mathfrak{s}_{-1}^2 e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}\right);$$

pour $\mathrm{l}=3$,

$$(30)\qquad v=\frac{1}{2}\mathfrak{s}_{-1}^2\mathfrak{s}_2+\mathfrak{s}_0\mathfrak{s}_1\mathfrak{s}_{-1}+\frac{1}{2}\mathfrak{s}_1^2\mathfrak{s}_{-2},$$
$$-\frac{1}{4}\mathfrak{s}_1\mathfrak{s}_{-1}\left[\mathfrak{s}_1\left(\varepsilon+\varepsilon' e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}\right)+\mathfrak{s}_{-1}\left(\varepsilon+\varepsilon' e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}\right)\right];$$

pour $\mathrm{l}=4$,

$$(31)\qquad v=\frac{1}{4}\mathfrak{s}_1^2\mathfrak{s}_{-1}^2.$$

Des équations (28), (29), (30), (31), jointes aux formules (18) et (19), il résulte que, dans le cas où l'on néglige les quantités d'un ordre supérieur au quatrième, $v$ se réduit à une fonction entière de l'exponentielle

$$e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}},$$

et même à une fonction entière qui renferme seulement les puissances de cette exponentielle, dont les degrés sont représentés par les cinq quantités

$$-2,\quad -1,\quad 0,\quad 1,\quad 2.$$

On aura donc alors

$$(32)\quad v=v_{-2}e^{2(\psi-\psi')\sqrt{-1}}+v_{-1}e^{(\psi-\psi')\sqrt{-1}}+v_0+v_1 e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}+v_2 e^{2(\psi'-\psi)\sqrt{-1}},$$

$v_{-2}$, $v_{-1}$, $v_0$, $v_1$, $v_2$ désignant des coefficients constants; et, en vertu de l'équation (32) jointe à la formule (9), le terme constant de la série qui représente le développement du produit

$$v \mathrm{D}_\lambda^1 \Lambda,$$

suivant les puissances entières de $e^{(\psi' - \psi)\sqrt{-1}}$, sera

$$(33) \quad \left\{ \begin{aligned} & v_0 \mathrm{D}_\lambda^1 \Lambda_0 + \left(v_1 e^{-\Pi\sqrt{-1}} + v_{-1} e^{\Pi\sqrt{-1}}\right) \mathrm{D}_\lambda^1 \Lambda_1 \\ & \qquad + \left(v_2 e^{-2\Pi\sqrt{-1}} + v_{-2} e^{2\Pi\sqrt{-1}}\right) \mathrm{D}_\lambda^1 \Lambda_2. \end{aligned} \right.$$

D'autre part, si l'on pose, pour plus de commodité,

$$v = \mathrm{f}(\psi - \psi'),$$

on tirera successivement de la formule (32)

$$\mathrm{f}(\psi) = v_{-2} e^{2\psi\sqrt{-1}} + v_{-1} e^{\psi\sqrt{-1}} + v_0 + v_1 e^{-\psi\sqrt{-1}} + v_2 e^{-2\psi\sqrt{-1}},$$

$$\mathrm{f}(\psi + \pi) = v_{-2} e^{2\psi\sqrt{-1}} - v_{-1} e^{\psi\sqrt{-1}} + v_0 - v_1 e^{-\psi\sqrt{-1}} + v_2 e^{-2\psi\sqrt{-1}},$$

par conséquent

$$(34) \quad \left\{ \begin{aligned} v_{-1} e^{\psi\sqrt{-1}} + v_1 e^{\psi\sqrt{-1}} &= \frac{\mathrm{f}(\psi) - \mathrm{f}(\psi + \pi)}{2}, \\ v_{-2} e^{2\psi\sqrt{-1}} + v_0 + v_2 e^{-2\psi\sqrt{-1}} &= \frac{\mathrm{f}(\psi) + \mathrm{f}(\psi + \pi)}{2}; \end{aligned} \right.$$

puis, en remplaçant, dans la dernière des formules (34), $\psi$ par $\psi + \frac{\pi}{2}$, on trouvera

$$- v_{-2} e^{2\psi\sqrt{-1}} + v_0 - v_2 e^{-2\psi\sqrt{-1}} = \frac{\mathrm{f}\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) + \mathrm{f}\left(\psi + \frac{3\pi}{2}\right)}{2},$$

et par suite

$$(35)\begin{cases} v_0 = \dfrac{f(\psi)+f(\psi+\pi)+f\left(\psi+\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\psi+\frac{3\pi}{2}\right)}{4}, \\ v_{-2}e^{2\psi\sqrt{-1}}+v_2e^{-2\psi\sqrt{-1}} = \dfrac{f(\psi)+f(\psi+\pi)-f\left(\psi+\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\psi+\frac{3\pi}{2}\right)}{4}. \end{cases}$$

Donc, en remplaçant $\psi$ par $\Pi$, et tenant compte de l'équation identique

$$f\left(\psi+\frac{3\pi}{2}\right)=f\left(\psi-\frac{\pi}{2}\right),$$

on trouvera définitivement

$$v_0 = \frac{f(\Pi)+f(\Pi+\pi)+f\left(\Pi+\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\Pi-\frac{\pi}{2}\right)}{4},$$

$$v_{-1}e^{\Pi\sqrt{-1}}+v_1e^{-\Pi\sqrt{-1}} = \frac{f(\Pi)-f(\Pi+\pi)}{2},$$

$$v_{-2}e^{2\Pi\sqrt{-1}}+v_2e^{-2\Pi\sqrt{-1}} = \frac{f(\Pi)+f(\Pi+\pi)-f\left(\Pi+\frac{\pi}{2}\right)-f\left(\Pi-\frac{\pi}{2}\right)}{4};$$

et l'expression (33), ou le terme constant de la série qui représente le développement du produit

$$v\,\mathrm{D}_\lambda^1 \mathrm{A}$$

suivant les puissances entières de $e^{(\psi'-\psi)\sqrt{-1}}$, sera égal à

$$(36)\begin{cases} \frac{1}{4}f(\Pi)\,\mathrm{D}_\lambda^1(\mathrm{A}_0+2\mathrm{A}_1+\mathrm{A}_2)+\frac{1}{4}f(\Pi+\pi)\,\mathrm{D}_\lambda^1(\mathrm{A}_0-2\mathrm{A}_1+\mathrm{A}_2) \\ \qquad +\frac{1}{4}\left[f\left(\Pi+\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\Pi-\frac{\pi}{2}\right)\right]\mathrm{D}_\lambda^1(\mathrm{A}_0-\mathrm{A}_2). \end{cases}$$

» En terminant cet article nous ferons observer que, dans les formules (28), (29), (30), (31), on pourrait exprimer les coefficients

$$\mathrm{8}_{-2},\ \mathrm{8}_{-1},\ \mathrm{8}_0,\ \mathrm{8}_1,\ \mathrm{8}_2,$$

à l'aide des valeurs diverses des fonctions $\rho$ et $\varsigma$. En effet, si l'on désigne

par

$$\rho_\alpha, \quad \varsigma_\alpha,$$

ce que deviennent les fonctions

$$\rho, \ \varsigma,$$

quand on y remplace simultanément

$$\psi \text{ et } \psi'$$

par

$$\psi + \alpha \quad \text{et} \quad \psi' + \alpha',$$

on aura identiquement

$$\rho = \rho_0, \quad \varsigma = \varsigma_0;$$

et par des raisonnements semblables à ceux qui ont fourni les équations (34), (35), on tirera de la première des formules (26)

$$s_1 \, e^{\psi\sqrt{-1}} = \frac{\rho_0 - \rho_{\frac{\pi}{2}}\sqrt{-1}}{2}, \quad s_{-1} \, e^{-\psi\sqrt{-1}} = \frac{\rho_0 + \rho_{\frac{\pi}{2}}\sqrt{-1}}{2},$$

et de la seconde

$$s_0 = \frac{\varsigma_0 + \varsigma_{\frac{\pi}{2}}}{2},$$

$$s_2 \, e^{2\psi\sqrt{-1}} = \frac{\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}} - \left(\varsigma_{\frac{\pi}{4}} - \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}\right)\sqrt{-1}}{4}, \quad s_{-2} \, e^{-2\psi\sqrt{-1}} = \frac{\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}} + \left(\varsigma_{\frac{\pi}{4}} - \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}\right)\sqrt{-1}}{4}$$

De ces dernières formules, jointes aux équations (28), (29), (30), (31), on conclura, pour $l = 1$,

$$\begin{aligned} f(\psi - \psi') = {} & \frac{1}{2}\left(\varsigma_0 + \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right)\left[1 + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos(\psi' - \psi)\right] \\ & - \frac{1}{2}\left[\rho_0(\varepsilon\cos\psi + \varepsilon'\cos\psi') - \rho_{\frac{\pi}{2}}(\varepsilon\sin\psi + \varepsilon'\sin\psi')\right] \\ & + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}\left[\left(\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right)\cos(\psi + \psi') - \left(\varsigma_{\frac{\pi}{4}} - \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}\right)\sin(\psi + \psi')\right] \\ & \text{etc.}; \end{aligned}$$

puis, en posant

$$\psi' = -\psi,$$

ce qui réduira

$$\rho_0, \quad \rho_{\frac{\pi}{2}}, \quad \varsigma_0, \quad \varsigma_{\frac{\pi}{2}}, \quad \varsigma_{\frac{\pi}{4}}, \quad \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}$$

à des fonctions de $\psi$, on trouvera simplement, pour $l = 1$,

$$(37) \left\{ \begin{aligned} f(2\psi) = &\frac{1}{2}\left(\varsigma_0 + \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right)\left(1 + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos 2\psi\right) \\ &- \frac{1}{2}\left[(\varepsilon+\varepsilon')\,\rho_0 \cos\psi - (\varepsilon-\varepsilon')\,\rho_{\frac{\pi}{2}} \sin\psi\right] \\ &+ \frac{1}{2}\left(\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right)\frac{\varepsilon\varepsilon'}{4}; \end{aligned} \right.$$

pour $l = 2$,

$$(38) \left\{ \begin{aligned} f(2\psi) = &\frac{1}{4}\left[\left(\rho_0^2 + \rho_{\frac{\pi}{2}}^2\right)\left(1 + \frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\cos 2\psi\right) + \left(\rho_0^2 - \rho_{\frac{\pi}{2}}^2\right)\frac{\varepsilon\varepsilon'}{2}\right] \\ &+ \frac{1}{8}\left(\varsigma_0 + \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right)^2 + \frac{1}{16}\left[\left(\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right)^2 + \left(\varsigma_{\frac{\pi}{4}} - \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}\right)^2\right] \\ &- \frac{1}{4}\left[\rho_0(\varepsilon+\varepsilon')\cos\psi - \rho_{\frac{\pi}{2}}(\varepsilon-\varepsilon')\sin\psi\right]\left(\varsigma_0 + \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right) \\ &- \frac{1}{8}\left[\rho_0(\varepsilon+\varepsilon')\cos\psi + \rho_{\frac{\pi}{2}}(\varepsilon+\varepsilon')\sin\psi\right]\left(\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right) \\ &+ \frac{1}{8}\left[\rho_0(\varepsilon-\varepsilon')\sin\psi - \rho_{\frac{\pi}{2}}(\varepsilon+\varepsilon')\cos\psi\right]\left(\varsigma_{\frac{\pi}{4}} - \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}\right); \end{aligned} \right.$$

pour $l = 3$,

$$(39) \left\{ \begin{aligned} f(2\psi) = &\frac{1}{8}\left(\rho_0^2 + \rho_{\frac{\pi}{2}}^2\right)\left(\varsigma_0 + \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right) \\ &+ \frac{1}{16}\left[\left(\rho_0^2 - \rho_{\frac{\pi}{2}}^2\right)\left(\varsigma_0 - \varsigma_{\frac{\pi}{2}}\right) + 2\rho_0\rho_{\frac{\pi}{2}}\left(\varsigma_{\frac{\pi}{4}} - \varsigma_{\frac{3\pi}{4}}\right)\right] \\ &- \frac{1}{16}\left(\rho_0^2 + \rho_{\frac{\pi}{2}}^2\right)\left[\rho_0(\varepsilon+\varepsilon')\cos\psi - \rho_{\frac{\pi}{2}}(\varepsilon-\varepsilon')\sin\psi\right]; \end{aligned} \right.$$

pour $i = 4$,

$$f(2\psi) = \frac{1}{64}\left(\rho_0^2 + \rho^2_{\frac{\pi}{2}}\right)^2. \quad (40)$$

---

M. **Duméril** dépose, pour la bibliothèque de l'Académie, le huitième volume de l'*Erpétologie générale* que M. **Bibron** et lui viennent de publier. Il en présente une courte analyse.

« Ce volume, dit-il, contient plus de 800 pages et comprend l'histoire de cent soixante-trois espèces de Batraciens sans queue. On sait que ce groupe de reptiles constitue, parmi tous les animaux vertébrés, l'ordre qui a réellement offert les plus grandes facilités aux anatomistes pour leurs investigations; en même temps que l'étude des fonctions variées, exercées cependant chez eux par les mêmes organes, a procuré la connaissance de faits bien curieux et les découvertes les plus importantes dans les phénomènes de la physiologie générale.

» Voici un aperçu de l'ordre dans lequel l'histoire de ces animaux a été écrite: après avoir tracé les caractères généraux des Batraciens, indiqué leurs rapports avec les poissons et avec les autres reptiles, ainsi que les classifications établies par les auteurs, on présente ici un essai de méthode naturelle. Ce sont des tableaux dichotomiques ou par analyse, comme dans les autres parties de l'ouvrage; ils forment la base de l'arrangement d'après lequel sont décrits les genres et les espèces.

» Les détails importants relatifs à l'organisation exigeaient beaucoup de développements; ils ont été exposés suivant l'ordre des fonctions et avec toutes leurs particularités. Vient ensuite la partie historique ou littéraire. On y trouve des indications précises sur tous les écrits relatifs aux Batraciens et l'analyse des ouvrages généraux; suit enfin l'histoire des genres et des espèces, avec la synonymie la plus complète.

» Douze planches, gravées sur acier, d'après les dessins originaux de M. Prêtre et figurés sur les animaux mêmes, accompagnent ce volume, comme dans les livraisons précédentes. »

---

## RAPPORTS.

MINÉRALOGIE. — *Rapport sur un Mémoire cristallographique de* M. DELAFOSSE.

(Commissaires, MM. Brongniart, Cordier, Beudant rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, M. Brongniart, M. Cordier et moi, de lui rendre compte d'un travail cristallographique qui lui a été présenté par M. Delafosse; nous venons lui faire connaître le résultat de notre examen.

» Ce Mémoire nous offre d'abord un exposé très net et très exact de l'état de la science relativement à l'objet dont il doit traiter, et un ensemble de considérations générales qui forment en quelque sorte la préface d'un grand travail dont il est la première partie. Nous ne suivrons pas l'auteur dans ce préambule, qui n'est guère susceptible d'analyse, et nous aborderons immédiatement la question générale dont il s'occupe.

» On sait qu'en comparant les caractères physiques des formes qui composent les différents systèmes de cristallisation, avec les caractères géométriques qui leur sont propres, on arrive à ce fait général : que, dans un cristal, toutes les parties de même espèce géométrique sont modifiées à la fois et de la même manière; ou réciproquement que les parties d'espèces géométriques différentes sont modifiées isolément ou différemment. C'est ce résultat que Haüy a désigné sous le nom de *loi de symétrie*.

» Cependant il s'est rencontré quelques corps sur lesquels les modifications se faisaient autrement que sur les autres, en sorte que toutes les parties semblables géométriquement ne se trouvaient plus modifiées de la même manière. Or il est arrivé à l'égard de cette observation ce qui se présente encore trop souvent dans les sciences : on n'a vu qu'une seule conclusion possible, sans se douter qu'il pouvait en exister une autre tout aussi acceptable. On a conclu tout simplement ici que ces circonstances faisaient exception à la loi de symétrie, et, confiant sans doute en cet adage classique, heureusement repoussé par les sciences exactes, l'*exception confirme la règle*, on n'a pas été plus loin.

» M. Delafosse vient aujourd'hui tirer une conclusion diamétralement opposée. Il n'y a pas d'anomalie, dit-il, à la loi de symétrie; cette loi reste

encore ici dans toute sa force, et c'est l'identité des parties qui n'est pas complète : il y a bien identité géométrique, mais il n'y a pas identité physique, et de là résultent les différences que nous apercevons; ou plutôt ces différences doivent nous conduire à modifier les idées qui se sont propagées jusqu'ici relativement à la structure intérieure des cristaux, qu'on n'a considérée que sous des rapports purement géométriques.

» C'est d'après ce point de vue que M. Delafosse a donné, dans son exposé général, les motifs raisonnés de divers changements qu'il convient de faire à la théorie cristallographique de Haüy. Il en fait ensuite l'application à diverses substances naturelles, la boracite, la pyrite commune, la tourmaline, le quarz et le béril. Nous allons tâcher de donner une idée succinte de ses observations et de ses conclusions.

» La boracite et la pyrite commune se rapportent géométriquement au cube, comme beaucoup d'autres substances; mais elles présentent en même temps certaines particularités qui les distinguent. Dans la boracite il n'y a que quatre des angles solides du cube qui soient modifiés à la fois de la même manière; et comme les huit angles solides d'un cube sont géométriquement identiques, on a conclu, depuis Haüy jusqu'à nos jours, qu'il y avait là une exception à la loi de symétrie. M. Delafosse, raisonnant autrement et ne pouvant se décider à appeler anomalie un fait qui ne se dément jamais, que tous les naturalistes ont observé constamment dans la boracite, en a tiré la conclusion, que si les angles solides de cette substance sont géométriquement identiques, ils ne le sont pas physiquement; ce qui signifie que le cube géométrique de la boracite n'est pas composé moléculairement de la même manière que le cube qu'on rencontre dans beaucoup d'autres substances. On conçoit, en effet, qu'un cube puisse être composé, géométriquement parlant, d'une multitude de manières différentes, par exemple de petits cubes, de petits tétraèdres, de petits prismes rectangulaires, etc. Si les cristaux étaient toujours simples nous ne pourrions jamais nous apercevoir de ces différences, du moins par la seule observation de la forme extérieure; mais les modifications qu'ils présentent et auxquelles on peut joindre les propriétés optiques et acoustiques, doivent nous conduire à la détermination de cette forme moléculaire.

» Dans le cas présent, l'anomalie apparente conduit à adopter le tétraèdre régulier pour molécule, et à concevoir ces petits solides rangés par files, de manière qu'à l'un des angles du cube résultant il se présente une base, tandis qu'à l'angle opposé il se présente un sommet; il en résultera que les

deux angles opposés qui sont géométriquement identiques, se trouveront complétement différents sous le rapport physique, et la loi de symétrie se montrera dans toute sa force dans un pareil système, si, comme la nature nous le présente, l'un des angles se trouve modifié autrement que l'autre.

» Remarquons que dans cette supposition de formes moléculaires et d'arrangement les arètes du cube sont toutes géométriquement et physiquement identiques, puisqu'elles correspondent toutes à des arètes de tétraèdres. C'est aussi ce que commandent les modifications de la boracite, car les douze arètes du cube s'y trouvent modifiées en même temps et de la même manière.

» Si par comparaison nous étudions les substances où tous les angles du cube sont modifiés à la fois et de la même manière, par exemple le fluor, nous conclurons que toutes les parties sont géométriquement et physiquement identiques, ce qui conduit à admettre le cube lui-même pour molécule, comme étant le seul solide qui puisse satisfaire à cette condition.

» En comparant les conclusions relatives au fluor avec celles que nous avons tirées relativement à la boracite, on voit déjà que la nature nous offre deux sortes de cubes; l'un formé de tétraèdres et qui présente ce caractère que quatre de ses angles solides sont physiquement différents des quatre opposés, l'autre formé de molécules cubiques, ou si l'on veut d'octaèdres, où tous les angles sont identiques sous le rapport physique comme sous le rapport géométrique. Nous allons voir qu'il en existe un troisième.

» La cristallisation de la pyrite, aussi bien que celle du cobalt gris, se rapporte encore au cube; mais les modifications nous présentent ici un ordre de choses inverse de ce qui a lieu dans la boracite. Dans cette dernière substance les angles solides sont physiquement de deux espèces différentes et les arètes sont identiques sous tous les rapports. Dans les deux autres c'est tout le contraire, les angles sont tous identiques et les arètes ne le sont pas. En effet, ces arètes sont modifiées de manière différente et comme pourraient l'être celles qui représentent les trois dimensions d'un prisme rectangulaire droit. Le cube de la pyrite ne peut donc être formé ni de petits cubes ordinaires qui rendraient toutes les parties identiques chacune à chacune, ni de petits tétraèdres qui rendraient les arètes identiques en formant deux espèces d'angles solides. Cette sorte de cube est nécessairement formé de petits solides dont les trois dimensions sont différentes, soit qu'on admette des différences géométriques, soit qu'on imagine des différences physiques ou chimiques. La molécule qu'on doit admettre dans

cette espèce est la limite du cube et du prisme rectangulaire droit, comme le solide qui proviendrait du remplacement des arètes supérieures d'un rhomboèdre où les angles plans seraient de 60 degrés et 120, se trouverait la limite du cube et du rhomboèdre. On conçoit qu'à ces limites les formes aient des propriétés analogues à celles des solides voisins, et qu'alors elles diffèrent entre elles par le genre de symétrie.

» Voilà donc trois sortes de cubes bien distinctes dans les substances qui cristallisent dans le système cubique, ou si l'on veut trois systèmes de cristallisation cubique : on voit même la possibilité d'un quatrième, d'un cinquième par la limite du cube et du rhomboèdre, du cube et du prisme carré, etc. Tous les autres systèmes cristallins admis aujourd'hui paraissent tous présenter des circonstances analogues, et M. Delafosse indique à cet égard plusieurs substances sur lesquelles l'attention doit particulièrement se porter; mais dans le Mémoire actuel, il s'occupe seulement du système rhomboédrique en traitant du béril, du quarz et de la tourmaline, et rappelant comparativement le carbonate de chaux.

» Tous ces corps, comme on sait, peuvent être théoriquement rapportés soit au rhomboèdre, soit au prisme à bases d'hexagones réguliers, ou enfin au dirhomboèdre (dodécaèdre bipyramidal); mais lorsqu'on prend en considération les particularités qu'ils présentent, et qu'au lieu d'imaginer dan quelques-uns des anomalies constantes, expression sans doute fort singulière, on ne voit que des faits positifs, auxquels on peut dès-lors appliquer rigoureusement l'épithète constants, on reconnaît que la forme prise pour point de départ doit avoir pour chacun de ces corps une composition moléculaire spéciale.

» Dans le béril, en prenant par exemple le prisme hexagone pour type, on trouve, par les modifications, que les six arètes latérales doivent être identiques, tant physiquement que géométriquement; que les douze arètes des bases sont dans le même cas, et qu'il en faut dire autant des angles solides; en effet, les modifications ont toujours lieu simultanément sur les diverses parties d'une même espèce géométrique. Ainsi les propriétés physiques et les propriétés géométriques marchent ici parfaitement ensemble.

» Dans le carbonate de chaux il n'en est plus de même; il n'y a sur les bases que la moitié des parties de même espèce géométrique qui se modifient à la fois et de la même manière : la moitié des angles pris alternativement en haut ou en bas, ou la moitié des arètes sous la même condition. Il en résulte que toutes les arètes des bases ne sont pas physique-

ment identiques, et il en faut dire autant des angles solides. Ce prisme, sous le rapport physique, est donc constitué différemment du premier, à moins d'admettre des anomalies constantes.

» Dans le quarz, c'est encore autre chose: si la moitié seulement des angles solides peuvent être modifiés de la même manière, comme dans le carbonate de chaux, il y a cette circonstance particulière, qu'on n'observe dans aucun autre corps, que les faces produites ne sont pas inclinées symétriquement de part et d'autre, et sont disposées en spirales, qui tournent à droite dans un cas, et à gauche dans un autre. Ce fait extraordinaire, auquel il s'en joint beaucoup d'autres, indique encore, dans les cristaux de quarz, une constitution physique particulière.

» Enfin, dans la tourmaline, il en est encore tout autrement: les six arètes latérales, géométriquement identiques, ne se modifient pas toutes également; il n'y en a que trois qui se modifient d'une certaine manière, et les trois autres se modifient différemment: ces arètes sont donc de deux espèces. Il y a plus, les deux bases qui sont géométriquement identiques, ne se modifient pas de même; par conséquent les deux extrémités du prisme sont différentes sous le rapport physique. Ainsi, dans cette espèce de corps, le prisme hexagone pris pour point de départ, doit être composé tout autrement que dans les autres.

» Suivant rigoureusement les principes qu'il s'est formé, M. Delafosse cherche, pour ces diverses substances, des molécules qui soient en rapport avec leurs propriétés physiques. Il discute avec soin celles qu'il convient d'adopter, en montrant très nettement les différences qu'elles doivent offrir. Mais ici il est difficile de matérialiser toutes les formes en les désignant par des noms géométriques, comme nous avons pu le faire dans les systèmes cubiques. On ne se rend bien raison des différences que présentent ces solides, qu'en les concevant formés d'atomes, tantôt semblables, tantôt différents, liés et disposés entre eux de diverses manières. Aussi l'auteur s'attache-t-il particulièrement à la discussion de ces solides, dans toutes les substances dont il a parlé. Il parvient théoriquement à des résultats fort simples; mais il ne se dissimule pas que les observations physiques et géométriques sont insuffisantes pour parvenir à une spécification complète; il appuie même sur ce que, d'après ces données, on ne peut arriver à connaître que le genre de la forme moléculaire d'une substance, et que pour avoir le véritable type, il faut y joindre les relations atomiques de la composition chimique: il annonce avoir obtenu déjà quelques résultats à cet égard, et il se propose de les présenter à l'Académie dans un autre Mémoire.

» Nous devons remarquer maintenant que M. Delafosse ne se contente pas d'étudier les substances minérales sous le rapport cristallographique; il appelle à son aide toutes les autres propriétés de ces corps; il compare les phénomènes pyro-électriques avec les structures, et fait voir que la polarité, dans les substances qui en sont douées, se trouve en harmonie avec la forme et la disposition moléculaire qu'il admet. Il fait observer que la pyro-électricité polaire est la seule qui ait quelque rapport avec la structure, et qu'il ne faut pas la confondre, comme elle l'a été quelquefois, avec l'état électrique que les variations de température déterminent dans un grand nombre de corps. Il tient compte également des propriétés optiques, et celles du quarz surtout entrent pour une grande part dans la détermination de la molécule vers laquelle il penche le plus. Les propriétés acoustiques observées par M. Savart lui servent aussi de point de comparaison, et il indique même les substances sur lesquelles, d'après les faits cristallographiques, il y aurait lieu de faire des recherches particulières. Enfin il montre que les dispositions des stries, les degrés de dureté des différentes parties d'un même cristal, fort négligés jusqu'ici, ont de très grands rapports avec les structures que l'ensemble des observations conduit à admettre dans les différents corps. En un mot, l'auteur fait preuve d'une grande étendue de connaissances et d'un excellent esprit dans les applications.

» Nous terminerons par une observation qui nous paraît être entièrement dans l'esprit de l'Académie. On a fait remarquer à l'un de nous que les idées émises par M. Delafosse n'étaient pas neuves, ce qui est une sorte de critique assez commune. Cela est vrai, les idées de M. Delafosse ne sont pas neuves d'une manière absolue, on peut en trouver quelques germes dans différents ouvrages; mais ces germes imperceptibles sont restés complétement stériles, et s'il y a quelque honneur à revendiquer, c'est pour celui qui les a fécondés. L'observation d'un fait, l'émission d'une idée, sont quelquefois des choses assez insignifiantes; ce sont les conséquences qu'on en tire, lorsqu'elles sont habilement coordonnées, qui avancent véritablement la science, et qui nous paraissent seules capables de donner une véritable importance à un travail scientifique.

» Le travail de M. Delafosse ne nous a laissé qu'un desir à former, celui de voir paraître les autres parties qui y sont annoncées. Du reste, nous croyons le Mémoire qu'il nous a présenté assez neuf, assez animé de l'esprit scientifique, pour mériter l'honneur d'être inséré dans le recueil des Mémoires des *Savants étrangers*. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

*Rapport sur une Note de* M. **Paulet** (de Genève), *relative à un théorème dont le théorème de Fermat ne serait qu'un cas particulier.*

(Commissaires, MM. Sturm, Liouville, Cauchy rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, MM. Sturm, Liouville et moi, de lui rendre compte d'une Note présentée par M Paulet (de Genève), et relative à un théorème qu'il n'a pas démontré. Nous nous serions bornés probablement à inviter l'auteur à retirer sa Note, si le théorème dont il s'agit ne se trouvait inséré textuellement dans le *Compte rendu* de la séance du 11 janvier, où il est énoncé dans les termes suivants :

» *Hors du second degré, il n'existe aucune puissance qui puisse se partager dans la somme d'un nombre quelconque de puissances du même degré, mais différentes entre elles.*

» Pour montrer aux personnes qui auraient lu cet énoncé qu'elles ne doivent pas s'arrêter à chercher la démonstration du nouveau théorème, il nous suffira de leur dire qu'il est inexact, et de le prouver par un exemple. Effectivement, la somme des cubes de 3, 4 et 5 est égale au cube de 6, puisqu'on a

$$216 = 27 + 64 + 125. »$$

## MÉMOIRES LUS.

CHIRURGIE. — *Mémoire sur l'étiologie générale du strabisme; par* M. le Dr **Jules Guérin**. (1re partie.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Supplément à un précédent Mémoire sur le tirage des voitures et sur les effets destructeurs qu'elles exercent sur les routes; par* M. **A. Morin**.

(Commissaires, MM. Arago, Savary, Coriolis, Poncelet, Piobert.)

« Au commencement de l'année dernière, j'ai présenté les résultats des expériences que j'avais exécutées en 1839 sur le tirage des voitures et sur l'ac-

tion destructive qu'elles exercent sur les routes. A la même époque, un ingénieur des ponts et chaussées qui s'était aussi occupé de cette question a soumis à l'examen de l'Académie un Mémoire dans lequel il contestait plusieurs des résultats auxquels j'étais parvenu, en se basant sur des considérations théoriques et sur un système d'expérimentation particulier. J'ai répondu dans le temps aux objections qui m'avaient été adressées; mais il y avait un point capital sur lequel il m'a paru nécessaire d'ajouter de nouvelles expériences à celles de Coulomb, qui étaient en trop petit nombre, et aux miennes, qui avaient été faites sur des routes ordinaires avec des chargements considérables et des diamètres de roues compris entre $0^m,80$ et $2^m,05$. Je veux parler de la loi de la variation de la résistance au roulement en fonction du diamètre.

» Les expériences de Coulomb sur des rouleaux de bois d'orme et de gaïac de 2 pouces, 6 pouces et de 12 pouces de diamètre roulant sur du bois de chêne, sous des pressions qui se sont élevées jusqu'à 500 kilogrammes, et celles que j'ai exécutées sur les routes ordinaires avec des voitures chargées de plusieurs milliers de kilogrammes sont parfaitement d'accord, pour montrer que la résistance varie en raison inverse du diamètre et non pas en raison inverse de la racine carrée du diamètre.

» Mais, d'une part, on a prétendu que je n'avais pas étendu mes expériences sur les voitures à des diamètres assez petits, et qu'en appliquant la loi de Coulomb aux camions employés par le roulage, on en déduirait des valeurs de la résistance qui, pour des charges parfois excessives de ces voitures excéderaient les efforts que les chevaux les plus vigoureux peuvent développer. Il m'a donc paru nécessaire de faire quelques nouvelles expériences sur des camions conduits sur le pavé de Paris, puisque c'était à ce cas particulier que l'objection s'adressait.

» D'une autre part, quoique l'habileté et l'exactitude reconnues de Coulomb ne permissent pas d'admettre les suppositions tout-à-fait gratuites à l'aide desquelles on voulait contester le résultat de ses expériences, et quoiqu'il ne fût pas admissible que cet illustre physicien, en exécutant ces expériences dans le but spécial de se créer un moyen précis d'observation pour des études sur la raideur des cordes, eût négligé de se mettre à l'abri de l'effet des variations du mouvement, j'ai cru convenable de répéter ses expériences sur la résistance au roulement des rouleaux de bois, en les étendant à des cas plus variés que ceux où il avait opéré.

» Je vais exposer succinctement les résultats auxquels je suis parvenu.

» Pour les expériences à faire sur les voitures, j'ai choisi un camion or-

dinaire de roulage, ayant des roues de devant de $0^m,420$, et des roues de derrière de $0^m,592$ de diamètre, pesant en tout avec sa charge 1600 kilogrammes, et un camion appartenant aux ateliers des Messageries générales, ayant des roues de devant de $0^m,592$ et des roues de derrière de $0^m,660$ de diamètre, pesant avec sa charge 1500 kilogrammes. Ces voitures ont été successivement conduites par un temps très sec, sur la chaussée pavée du boulevart du Mont-Parnasse qui, fréquenté journellement par des voitures chargées de pierres, était dans un état ordinaire d'entretien, tout-à-fait analogue à celui des autres chaussées pavées sur lesquelles j'avais précédemment expérimenté.

» Les résultats de ces expériences faites avec un dynamomètre à stylet, et dont quelques-unes ont été exécutées en présence de M. Savary, sont consignés dans un tableau annexé au présent Mémoire.

» L'examen de ce tableau montre que, sur le pavé et au pas de $1^m,18$ de vitesse moyenne, la valeur du facteur constant par lequel il faut, suivant la loi de Coulomb, multiplier le rapport de la charge au rayon pour avoir la résistance, est pour

| | |
|---|---|
| Le premier camion à roues de $0^m,420$ et $0^m,597$ de diamètre.... | $A = 0,0094$ |
| Le deuxième camion de $0^m,592$ et $0^m,660$............... | $A = 0,0095$ |

» Les expériences précédentes (*voyez* le deuxième Mémoire, n° 9) ayant donné pour des roues de

| | |
|---|---|
| $2^m,029$ de diamètre.................................... | $A = 0,00963$ |
| $1^m,453$.................................................. | $A = 0,00969$ |
| $1^m,100$ et $1,358$........................................ | $A = 0,00926$ |
| $0,860$.................................................. | $A = 0,00965$ |
| | $A = 0,00932$ |

On voit que ces valeurs s'accordent avec leur moyenne générale $A = 0,00949$ à moins de $\frac{1}{45}$ près.

» La loi de Coulomb se trouve donc vérifiée pour le cas des chaussées pavées pour des diamètres compris entre $0^m,420$ et $2^m,029$, c'est-à-dire différents entre eux dans le rapport de 1 à 5 environ.

» Dans les mêmes limites la loi déduite de la théorie et des expériences de M. Dupuit donne des résultats qui diffèrent du simple au double de ceux de l'expérience, ainsi qu'il est facile de le voir en jetant un coup d'œil sur le tableau.

» Quant à l'énormité prétendue des efforts que les chevaux devraient exercer pour traîner les chargements excessifs qu'on leur fait parfois

transporter sur des camions, je montre que dans le cas même où ces chargements s'élèveraient à 2500 et à 3000 kil., véhicule compris, l'effort de raction à exercer ne serait que de 96 ou 115 kil. respectivement. Or des expériences de différents genres ont prouvé que des chevaux de force moyenne peuvent, pendant plusieurs lieues, en plusieurs heures, développer de semblables efforts. Il n'est donc pas surprenant qu'on les exige parfois accidentellement, pour des courses de peu de durée, des chevaux employés au camionage, qui sont de première force et payés de 900 à 1000 francs.

» Je passe maintenant aux expériences analogues à celles de Coulomb et pour l'exécution desquelles j'ai fait établir un banc formé de deux pièces de chêne de $0^m,30$ d'épaisseur sur $0^m,25$ de largeur et $4^m,00$ de longueur.

» Les rouleaux employés étaient en chêne et de cinq diamètres différents, savoir $0^m,362$, $0^m,271$; $0^m,1805$, $0^m,090$ et $0^m,045$, c'est-à-dire variables dans des rapports compris entre 8 et 1.

» On les a fait marcher successivement sur du bois de peuplier, sur des bandes de cuir et sur une couche de plâtre.

» La largeur des bandes de peuplier a été successivement de $0^m,100$, de $0^m,050$ et de $0^m,025$.

» Les rouleaux ont été exactement pesés et équilibrés; on les a chargés, comme Coulomb l'avait fait, à l'aide de poids suspendus de part et d'autre à des ficelles flexibles, et l'on a tenu compte du poids de ces ficelles qu'on a rendu le même de part et d'autre.

» Le mouvement des rouleaux était habituellement produit et entretenu par deux poids moteurs. L'un, désigné sous le nom de poids additionnel, destiné à imprimer au rouleau une vitesse convenable, n'agissait que pendant les premiers moments de la course. L'autre, dont on déterminait la valeur par tâtonnement, devait entretenir le mouvement produit, avec une vitesse uniforme.

» La loi du mouvement était observée à l'aide d'un compteur à pointage donnant les dixièmes de seconde et en comptant l'intervalle de temps nécessaires pour les derniers tours ou demi-tours, ce qui permettait de constater avec la précision desirable l'uniformité du mouvement.

» Pour chaque rouleau, on déterminait ainsi par l'observation, non-seulement le poids qui entretenait un mouvement uniforme, mais encore le poids un peu inférieur sous lequel il se ralentissait, et le poids un peu

supérieur sous l'action duquel le mouvement s'accélérait : ce qui servait de vérification à la détermination du premier et renfermait les erreurs possibles dans des limites connues.

» A l'aide de ces précautions et malgré les imperfections inhérentes à ce genre d'appareil, que je n'ai conservé que pour opérer dans des circonstances tout-à-fait analogues à celles des expériences du Coulomb, on a obtenu des résultats dont l'accord ne peut laisser aucun doute sur la véritable loi de la résistance en fonction des diamètres.

» Ces résultats, ainsi que ceux du calcul, sont résumés dans le tableau suivant :

*EXPÉRIENCES sur la résistance éprouvée par des rouleaux en chêne roulant sur du bois de peuplier, sur du cuir ou sur du plâtre.*

| NATURE des corps en contact. | LARGEUR des bandes en contact. | RAYON du corps des rouleaux, y compris celui de la corde, $r'$. | RAYON du rouleau, $r$. | PRESSION. POIDS du rouleau. | CHARGE du rouleau, y compris la corde. | POIDS moyen qui fait équilibre à la résistance, à la circonférence du rouleau. | PRESSION totale du rouleau sur la bande, P. | RÉSISTANCE au roulement rapportée à la circonférence du rouleau, R. | VALEUR du rapport de la pression au rayon du rouleau, $\frac{P}{r}$ | VALEUR de la constante $A = \frac{Rr}{P}$. | VALEUR du rapport de la pression à la racine carrée du rayon $\frac{P}{\sqrt{r}}$. | VALEUR de $A' = \frac{R\sqrt{r}}{P}$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | m. | m. | k. | k. | k. | | | | | | |
| Rouleaux de bois de chêne sur des madriers de peuplier. (Les fibres du chêne sont perpendiculaires au sens du mouvement ; celles du peuplier lui sont parallèles.) | 0,100 | 0,1005 | 0,1810 | 75,250 | 120,540 | 1,752 | 197,542 | 0,972 | 1091,4 | 0,000891 | 464,13 | 0,002094 |
| | | 0,0973 | 0,1355 | 53,062 | 120,540 | 1,565 | 175,167 | 1,124 | 1292,7 | 0,000869 | 475,59 | 0,002363 |
| | | 0,1015 | 0,0902 | 46,125 | 120,540 | 1,346 | 168,011 | 1,514 | 1862,5 | 0,0 0813 | 559,44 | 0,002706 |
| | | 0,1010 | 0,0450 | 33,344 | 150,675 | 1,715 | 185,734 | 3,848 | 4127,4 | 0,000932 | 875,67 | 0,004372 |
| | | | | | | | | Moyenne.... | | 0,000876 | | |
| | 0,050 | 0,1005 | 0,1810 | 75,250 | 120,540 | 2,253 | 198,043 | 1,250 | 1094,1 | 0,001143 | 465,54 | 0,002685 |
| | | 0,0973 | 0,1355 | 53,062 | 120,540 | 1,990 | 175,592 | 1,428 | 1295,9 | 0,001101 | 477,02 | 0,002994 |
| | | 0,1015 | 0,0902 | 46,125 | 120,540 | 1,705 | 168,370 | 1,918 | 1866,6 | 0,001028 | 560,67 | 0,003421 |
| | | 0,1010 | 0,0450 | 33,344 | 150,675 | 2,040 | 186,059 | 4,578 | 4134,6 | 0,001107 | 877,10 | 0,005219 |
| | | | | | | | | Moyenne.... | | 0,001095 | | |
| | 0,025 | 0,1005 | 0,1810 | 75,250 | 120,540 | 3,565 | 199,355 | 1,979 | 1101,4 | 0,001797 | 468,62 | 0,004223 |
| | | 0,1015 | 0,0902 | 46,125 | 120,540 | 3,190 | 169,855 | 3,589 | 1883,1 | 0,001905 | 565,63 | 0,006345 |
| | | 0,1010 | 0,0450 | 33,344 | 150,675 | 3,690 | 187,709 | 8,280 | 4171,3 | 0,001984 | 885,00 | 0,009356 |
| | | | | | | | | Moyenne.... | | 0,001895 | | |
| Rouleaux de chêne sur des bandes de cuir de $0^m,005$ d'épaisseur. | 0,108 | 0,1005 | 0,1810 | 75,250 | 120,540 | 2,440 | 198,230 | 1,354 | 1095,2 | 0,001236 | 465,98 | 0,002906 |
| | | 0,1015 | 0,0902 | 46,125 | 120,540 | 2,065 | 168,730 | 2,323 | 1870,6 | 0,001242 | 561,87 | 0,004135 |
| | | 0,1010 | 0,0230 | 32,000 | 120,540 | 1,752 | 154,292 | 7,799 | 6708,3 | 0,001163 | 1017,75 | 0,007663 |
| | | | | | | | | Moyenne.... | | 0,001213 | | |
| Rouleaux de chêne sur une couche de plâtre de $0^m,030$ d'épaisseur. | 0,060 | 0,1005 | 0,1810 | 72,250 | 90,405 | 1,378 | 167,033 | 0,765 | 922,8 | 0,000818 | 392,65 | 0,001948 |
| | | 0,0973 | 0,1355 | 53,062 | 120,540 | 1,565 | 175,167 | 1,124 | 1292,8 | 0,000869 | 475,86 | 0,002362 |
| | | 0,1015 | 0,0902 | 46,125 | 120,540 | 1,253 | 167,918 | 1,410 | 1861,6 | 0,000757 | 559,16 | 0,002522 |
| | | 0,1010 | 0,0450 | 33,344 | 120,540 | 1,253 | 155,137 | 2,811 | 3447,5 | 0,000815 | 733,16 | 0,003834 |
| | | 0,1010 | 0,0230 | 32,000 | 120,540 | 1,253 | 153,793 | 5,584 | 6686,6 | 0,000835 | 1014,07 | 0,005507 |
| | | | | | | | | Moyenne.... | | 0,000821 | | |

» La seule inspection de ce tableau montre, d'une manière évidente, l'exactitude de la loi de Coulomb pour tous les cas observés, et dans les limites étendues de variation des diamètres dans le rapport de 8 à 1. A l'inverse, elle manifeste l'inexactitude de la loi proposée par M. Dupuit. En effet, tandis que les résultats de la loi de Coulomb ne diffèrent de ceux de l'expérience que de $\frac{1}{12}$ à $\frac{1}{13}$ au plus de la valeur moyenne de ceux-ci, et tantôt en plus, tantôt en moins, ceux de la loi de M. Dupuit s'écartent des résultats de l'observation avec continuité, et de plus en plus à mesure que les diamètres diminuent et diffèrent du simple au triple, à peu près pour des diamètres variables dans le rapport de 8 à 1.

» Nous pouvons donc de nouveau conclure que, *sur les corps fibreux analogues aux bois, sur les tissus spongieux comme le cuir, sur les corps grenus, mais solides, comme le plâtre, ainsi que sur le pavé et sur les routes en empierrement à fond solide, la résistance au roulement est en raison inverse du diamètre des rouleaux.*

» Mais il y a plus, ces expériences entreprises principalement dans le but d'étudier l'influence du diamètre des roues ou rouleaux sur la résistance au roulement ont aussi servi à vérifier ce que les précédentes expériences de 1838 avaient appris sur l'influence de la largeur des surfaces de contact.

» En effet, après avoir d'abord fait connaître, comme Coulomb l'avait aussi observé, que pour obtenir des résultats réguliers, il faut opérer sous des pressions assez fortes par rapport à l'étendue des surfaces de contact, pour rendre insensible l'effet des inégalités de la surface et augmenter suffisamment la profondeur d'impression et l'intensité relative de la résistance, ce qui prouve que des expériences faites avec des rouleaux trop légers ne peuvent conduire à aucune conclusion fondée. Elles ont prouvé d'une manière incontestable que la résistance au roulement croît à mesure que la largeur de la zone de contact diminue. Ainsi les expériences sur le roulement des rouleaux de bois de chêne roulant sur du bois de peuplier ayant été exécutées sur des pièces de bois dont la largeur a été successivement de $0^m,100$, de $0^m,050$ et de $0^m,025$, la résistance fut graduellement et continuellement accrue et a fini par devenir double à la largeur de $0^m,025$, de ce qu'elle était à celle de $0^m,100$. Il ne peut donc rester aucun doute à ce sujet, et par conséquent une théorie qui conduit à conclure que la résistance au roulement est indépendante de la largeur des surfaces de contact se trouve sous le second rapport en désaccord complet avec l'expérience.

» Ayant obtenu la première lame gravée par la méthode que je viens » d'indiquer, répéter l'opération plusieurs fois de suite sur le même dessin » ou sur la même épreuve, de manière à produire une nombreuse série de » planches gravées et tout-à-fait identiques qui n'exigent que les frais et » le temps nécessaires à la précipitation du cuivre.

» A l'appui de ce que je viens d'annoncer, je vous envoie quatre lames » qui ne peuvent laisser aucun doute sur leur origine électro-chimique, » attendu que la gravure de la face antérieure se voit également sur la face » postérieure ; les deux dessins se correspondent parfaitement, trait par » trait, point par point, dans toutes leurs parties. La première de ces lames » offre l'image de Volta avec des lettres, et un contour orné de figures » et d'arabesques ; elle provient d'une épreuve lithographique : la seconde » tirée d'un dessin à la main, représente un profil de l'Hébé de Canova ; » les deux autres sont des copies identiques d'une inscription par laquelle » je fais hommage de ces essais à l'Académie des Sciences de l'Institut de » France ; remarquez, je vous prie, que le second *tirage métallique*, loin » d'être inférieur au premier, semble au contraire le surpasser dans la pu- » reté de l'exécution. J'y ajoute plusieurs exemplaires d'épreuves tirées sur » papier.

» Si vous croyez, Monsieur, que ces produits d'un art naissant puissent » mériter quelques instants d'attention de la part des savants, ayez la bonté » de les présenter à l'Académie avec l'énoncé des problèmes que je crois » avoir résolu le premier. Si elle les accepte avec sa bienveillance accou- » tumée, je ne manquerai pas de soumettre bientôt à son jugement des gra- » vures plus perfectionnées, et un Mémoire où je décrirai les modifications » que j'ai apportées aux appareils de Jacoby et de Spencer, et les diverses » applications dont l'électrotypie me semble susceptible. »

M. d'**Hombres-Firmas** écrit relativement à des expériences sur la vision dont quelques-unes ont été faites de concert avec feu M. Maisonneuve, et dont quelques autres lui sont propres. Ces expériences ont principalement rapport aux impressions qu'on reçoit quand on fait converger ou diverger outre mesure, soit par le mouvement musculaire volontaire, soit au moyen d'écrans convenablement disposés, les axes optiques des deux yeux.

M. F. **Hattin**, à l'occasion d'une communication de M. *Donné* sur une nouvelle théorie de la *couenne du sang*, adresse une réclamation de priorité appuyée sur la publication qu'il a faite, il y a plusieurs mois, d'une Note

ayant pour titre : *Recherches expérimentales sur l'hémaleucose ou coagulation blanche du sang, vulgairement appelée couenne inflammatoire*, Note dans laquelle il aurait émis les mêmes idées.

M. **Donné**, dans une Note remise pendant la séance, fait remarquer que ses expériences sur la couenne inflammatoire du sang datent du mois d'avril 1840 et ont été faites publiquement dans le service de M. Rayer à la Charité; il ajoute qu'il en a annoncé le principal résultat en rendant compte du *Mémoire sur le sang*, lu à l'Académie par MM. Andral et Gavarret.

M. **Morren**, à l'occasion du Mémoire de M. *Dutrochet* sur le camphre, écrit relativement à la manière dont se déposent les vapeurs de ce corps sur la paroi d'un vase transparent qui ne reçoit la lumière que d'un seul côté.

M. **de Paravey** adresse une Note ayant pour titre : *Sur l'extension immense au nord des steppes marécageuses et glacées de la Sibérie, extension qui a rétréci et hérissé de glaces la mer Glaciale, autrefois navigable au nord de l'Asie centrale.*

A 4 heures $\frac{3}{4}$ l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 5 heures. F.

**BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.**

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences;* 1er semestre 1841, n° 3, in-4°.

*Description des Appareils de chauffage à employer pour élever convenablement la température du courant ventilateur dans les Magnaneries salubres; par* M. D'ARCET; 1841, in-8°.

*Changements à faire dans les procédés actuels de Saponification; par* le même; in-8°.

*Note sur la construction et l'emploi des Silos; par* le même; in-8°.

*Nouveaux documents relatifs à l'emploi alimentaire de la Gélatine, en* 1840; *par* le même; in-8°.

*Erpétologie générale, ou Histoire naturelle complète des Reptiles; par* MM. DUMÉRIL et BIBRON; tome 8, in-8°, avec planches in-8°.

*Administration des Douanes. — Tableau général des mouvements du Cabotage pendant l'année* 1839; in-4°.

*Recherches anatomiques et physiologiques sur les Ovaires dans l'espèce humaine; par* M. NÉGRIER; in-8°.

*De l'organisation et du mode de reproduction des Caulerpées, et en particulier du* Caulerpa Webbiana, *espèce nouvelle des îles Canaries; par* M. C. MONTAGNE; in-8°. (Extrait des *Annales des Sciences naturelles,* mars 1838.)

*Cryptogamæ Brasilienses seu Plantæ cellulares quas, in itinere per Brasiliam, à celeb.* AUGUSTE DE SAINT-HILAIRE, *collectas, recensuit observationibusque nonnullis illustravit* C. MONTAGNE; in-8°. (Extrait des *Annales des Sciences naturelles,* juillet 1839.)

*Journal de l'Institut historique;* 7e année, tome 12, décembre 1840, in-8°.

*Agriculture de l'ouest de la France; par* M. J. RIEFFEL; in-8°.

*A Messieurs les membres de la Chambre des Pairs et de la Chambre des Députés, sur l'Approvisionnement de Paris; par* M. GANNAL; in-8°.

*Paléontologie française; par* M. ALCIDE D'ORBIGNY; 12e liv., in-8°.

*Journal des Connaissances médicales pratiques;* janvier 1841, in-8°.

*Revue critique des Livres nouveaux;* 9e année, n° 1er, in-8°.

*Revue des Spécialités et des Innovations médicales et chirurgicales;* tome 1er, décembre 1840, in-8°.

*Revue progressive d'Agriculture, de Jardinage, etc.;* janvier 1840, in-8°.

On the minute.... *Sur la structure intime et les mouvements des Muscles volontaires; par* M. W. BOWMAN; Londres, 1840, in-4°. (Extrait des *Trans. phil.* pour 1840, part. 2e.)

Researches on.... *Recherches d'Embryologie* (3e *série*); *par* M. MARTIN BARRY; in-4°. (Extrait du même Recueil.)

Note on.... *Note sur le calcul de la distance d'une Comète à la Terre; par* M. LUBBOCK; in-8°.

The London.... *Magasin philosophique de Londres, Édimbourg et Dublin;* 2e série, n° 112—114, décembre 1840, janvier 1841, et supplément à janvier; in-8°.

*The Quarterley review;* n° 133, décembre 1840, in-8°.

The Edinburgh.... *Nouveau journal philosophique d'Édimbourg;* octobre 1840 à janvier 1841, in-8°.

The Annals.... *Annales d'Électricité, de Magnétisme et de Chimie;* octobre—décembre 1840, in-8°.

*The Athenæum, journal;* novembre et décembre 1840, in-4°.

Currency.... *Essai sur le Numéraire;* Londres, 1840, in-8°.

The historical.... *Réglement et Liste des membres de la Société historique des Sciences de Londres;* ½ feuille in-8°.

Observations.... *Observations sur les Tremblements de Terre récents ressentis sur la côte occidentale de l'Amérique du sud; par* M. HAMILTON; in-8°.

Address.... *Discours du marquis* DE NORTHAMPTON, *président de la Société royale, à la séance annuelle du* 30 *novembre* 1840; in-8°.

Astronomische.... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 413, in-4°.

*Gazette médicale de Paris;* tome 9, n° 4.

*Gazette des Hôpitaux;* n° 8—10.

*L'Expérience, journal de Médecine,* n° 186; in-8°.

*La France industrielle;* tome 21, janvier 1841; in-8°.